



XÁC SUẤT LÝ THUYẾT VÀ XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM TRONG SÁCH GIÁO KHOA MÔN TOÁN PHỔ THÔNG Ở VIỆT NAM

Trần Kiên Minh¹, Nguyễn Thị Sinh^{1,2*}

¹Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế, 34 Lê Lợi, Huế

²Trường Đại học Sư phạm, Đại học Đà Nẵng, 459 Tôn Đức Thắng, Đà Nẵng

*Tác giả liên hệ: Nguyễn Thị Sinh <ntsinh@ued.udn.vn>

(Ngày nhận bài: 26-01-2024; Ngày chấp nhận đăng: 07-10-2024)

Tóm tắt. Xác suất là một lĩnh vực toán học rất quan trọng và có nhiều ứng dụng trong thực tiễn. Trong Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 của Việt Nam, mạch kiến thức thống kê và xác suất có nhiều điểm mới và chiếm một vị trí quan trọng. Về mặt lịch sử và tri thức luận, có nhiều tiếp cận khác nhau đối với khái niệm xác suất. Việc kết hợp các tiếp cận này, đặc biệt là xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm vào chương trình và thực hành dạy học toán ở phổ thông là một vấn đề rất hữu ích. Mục tiêu của bài báo này là làm rõ nội dung và cách giới thiệu khái niệm xác suất lý thuyết, xác suất thực nghiệm và mối liên hệ giữa xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm trong sách giáo khoa môn Toán trung học qua các lớp khác nhau. Kết quả nghiên cứu cho thấy xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm được giới thiệu như hai khái niệm xác suất hoàn toàn khác nhau. Các khía cạnh liên quan đến xác suất thực nghiệm đã xuất hiện nhiều hơn trong các sách giáo khoa. Tuy nhiên, mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất lý thuyết chưa được đề cập một cách rõ ràng và phù hợp trong các sách giáo khoa môn Toán. Kết quả nghiên cứu của chúng tôi đóng góp vào việc làm phong phú thêm vấn đề phát triển nghiệp vụ về dạy học xác suất cho giáo viên toán phổ thông hiện tại cũng như cho sinh viên sư phạm toán.

Từ khóa: Xác suất, xác suất lý thuyết, xác suất thực nghiệm, sách giáo khoa môn Toán

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL PROBABILITIES IN VIETNAMESE MATHEMATICS TEXTBOOKS

Tran Kiem Minh¹, Nguyen Thi Sinh^{1,2*}

¹University of Education, Hue University, 34 Le Loi St., Hue, Vietnam

²University of Science and Education, The University of Danang
– 459 Ton Duc Thang St., Danang, Vietnam

*Correspondence to **Nguyễn Thị Sinh** <ntsinh@ued.udn.vn>

(Received: January 26, 2024; Accepted: October 07, 2024)

Abstract. Probability is a fundamental branch of mathematics with numerous practical applications. In Vietnam's 2018 Mathematics General Education Program, the domain of statistics and probability introduces several novel aspects and holds a significant position. Epistemologically, there are various approaches to probability. Integrating these approaches, particularly theoretical and experimental probabilities, into the secondary school mathematics curriculum and teaching practices is necessary. This article aims to elucidate how the concepts of theoretical probability, experimental probability, and their relationship are introduced in Vietnamese mathematics textbooks across different grades. The findings reveal that theoretical and experimental probabilities are treated as distinct concepts in these textbooks. While aspects of experimental probability are more frequently addressed in textbooks, the explicit relationship between experimental and theoretical probabilities lacks clear and appropriate mention. Our research findings contribute to the professional development of in-service and pre-service secondary school mathematics teachers related to teaching probability.

Keywords: Probability, theoretical probability, experimental probability, mathematics textbooks

1. Mở đầu

Xác suất là một lĩnh vực toán học rất quan trọng và có nhiều ứng dụng trong thực tiễn cũng như trong các ngành khoa học khác. Xác suất và thống kê có mối liên kết chặt chẽ về lịch sử, tri thức luận và sự phát triển. Ngày nay, xác suất và thống kê đã trở thành một lĩnh vực trung tâm và rất quan trọng đối với sự phát triển của toán học cũng như những ứng dụng trong khoa học dữ liệu.

Mạch kiến thức xác suất thường chiếm một vị trí quan trọng trong chương trình môn Toán phổ thông của nhiều nước. Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 của Việt Nam (Bộ GD&ĐT, 2018) xem Thống kê – Xác suất là một mạch kiến thức rất quan trọng, được

thể hiện qua việc tăng thêm nội dung và thời lượng học tập đối với chủ đề này. Một số khái niệm cơ bản liên quan đến thống kê và xác suất đã được giới thiệu cho học sinh (HS) từ lớp 2. Đây là một trong những thay đổi lớn liên quan đến nội dung của chương trình phổ thông môn Toán hiện hành so với chương trình trước đây. Những thay đổi này là phù hợp với xu hướng phát triển chương trình phổ thông môn Toán của nhiều nước trên thế giới.

Về mặt lịch sử và tri thức luận, có bốn quan niệm khác nhau về khái niệm xác suất, bao gồm quan niệm cổ điển, quan niệm tần suất, quan niệm chủ quan (hay còn gọi là quan niệm Bayes) và quan niệm tiên đề. Quan niệm cổ điển xem không gian mẫu như là một tập hợp các kết quả có khả năng xảy ra như nhau, khi đó xác suất của một sự kiện được tính bằng cách đếm số lượng các kết quả thuận lợi cho sự kiện đó và chia cho tổng số kết quả trong không gian mẫu. Quan điểm tần suất giả định rằng các thí nghiệm ngẫu nhiên được lặp lại nhiều lần trong cùng điều kiện và xác suất của một sự kiện được ước tính bằng tần suất ổn định của sự kiện đó. Đối với quan niệm chủ quan, xác suất của một biến cố ngẫu nhiên là mức độ tin cậy (của mỗi cá nhân) tiên nghiệm đặt lên tình huống ngẫu nhiên, tiến triển cùng với dữ liệu thực nghiệm, hướng đến một xác suất có điều kiện (De Finetti, 1974). Quan niệm tiên đề có thể xem là một tiếp cận mang tính thống nhất, phù hợp với cả ba quan niệm cổ điển, tần suất và chủ quan. Quan niệm tiên đề nói rằng xác suất là một hàm P đi từ không gian mẫu Ω đến $[0,1]$, cho tương ứng với mỗi biến cố A một số thực $P(A)$, gọi là xác suất của A , thỏa mãn ba tiên đề: (i) $P(A) \geq 0$ với mọi biến cố A ; (ii) $P(\Omega) = 1$; (iii) Xác suất của hợp các biến cố đôi một xung khắc bằng tổng của xác suất của các biến cố riêng lẻ.

Xác suất lý thuyết tương ứng với quan niệm cổ điển, trong khi đó xác suất thực nghiệm gắn liền với quan niệm tần suất. Kết hợp các quan niệm khác nhau về xác suất, đặc biệt là quan niệm cổ điển và quan niệm tần suất vào chương trình và thực hành dạy học toán ở phổ thông là một vấn đề rất hữu ích. Việc kết hợp này thúc đẩy một cách hiểu đúng và phong phú hơn khái niệm xác suất ở HS. Về mặt nghiên cứu, kết hợp quan niệm cổ điển và quan niệm tần suất vào giáo dục toán học phổ thông là một vấn đề đã và đang được nhiều nhà nghiên cứu quan tâm (Girard, 2004; Henry, 2009; Ireland & Watson, 2009; Prodromou, 2012; Ishibashi, 2022).

Trong bài báo này, chúng tôi hướng đến làm rõ cách mà xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm được trình bày trong sách giáo khoa môn toán hiện hành theo chương trình 2018. Bằng cách sử dụng phương pháp phân tích sách giáo khoa theo hai chiều ngang và dọc, nghiên cứu này tìm kiếm câu trả lời cho hai câu hỏi nghiên cứu: (1) Các khía cạnh của xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm được trình bày như thế nào trong sách giáo khoa môn toán hiện hành? (2) Những kết nối giữa xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm được thể hiện như thế nào trong sách giáo khoa môn toán hiện hành?

2. Tổng quan nghiên cứu và cơ sở lý thuyết

2.1. Khái niệm xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm

Quan niệm cổ điển (hay quan niệm Laplace) về xác suất dựa trên những xem xét lý tính về tính đối xứng trong việc phát sinh ngẫu nhiên hoặc dựa trên sự giống nhau trong ngôn ngữ mô tả tình huống ngẫu nhiên, đưa ra xác suất bằng nhau đối với các trường hợp đối xứng đó. Quan niệm cổ điển được xem là một quan niệm khách quan về xác suất. Tuy nhiên, việc chấp nhận các tính chất đối xứng đó lại mang tính chủ quan.

Xác suất lý thuyết (theoretical probability) là xác suất được tính theo một mô hình lý thuyết. Ở phổ thông, xác suất lý thuyết chính là xác suất được hiểu theo quan niệm cổ điển. Theo quan niệm này, xác suất của một biến cố A đồng khả năng xảy ra là tỷ số của số trường hợp thuận lợi cho A và số tất cả các trường hợp có thể xảy ra.

$$p(A) = \frac{n}{m}$$

Xác suất theo định nghĩa này còn được gọi là xác suất tiên nghiệm, vì ta có thể tính xác suất mà không cần thực hiện phép thử. Cách tiếp cận này đòi hỏi không gian mẫu phải hữu hạn và tất cả các biến cố sơ cấp phải đồng khả năng xảy ra (Borovcnik, Bentz, & Kapadia, 1991).

Quan niệm tần suất xem xác suất được bao hàm trong chính thực nghiệm ngẫu nhiên, và xuất hiện như là tần suất ổn định khi thực nghiệm ngẫu nhiên được lặp lại một cách độc lập trong cùng các điều kiện (Hawkins & Kapadia, 1984). Quan niệm tần suất cũng được xem là một quan niệm khách quan về xác suất. Tuy nhiên, tính độc lập này không thể xác định một cách rõ ràng trong thực tế, và do đó nó vẫn mang tính chủ quan.

Xác suất thực nghiệm (experimental probability) là xác suất được hiểu theo quan niệm tần suất. Khi các điều kiện của định nghĩa xác suất theo quan niệm cổ điển không thỏa mãn, người ta dựa vào tính ổn định của thống kê để định nghĩa xác suất. Xác suất thực nghiệm của một biến cố A là một giá trị mà tần suất tương đối của sự kiện xuất hiện A dao động quanh giá trị ấy khi số lượng phép thử lớn. Nói cách khác, xác suất thực nghiệm của một biến cố là giới hạn của tần suất xuất hiện biến cố đó khi số phép thử tăng lên vô hạn. Trong thực hành, với n đủ lớn, người ta thường lấy giá trị tần suất làm xác suất.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n}$$

Trong đó n là tổng số các trường hợp được khảo sát và $n(A)$ là số lần xuất hiện biến cố A trong n trường hợp đó.

Xác suất thực nghiệm như trên còn gọi là xác suất hậu nghiệm vì giá trị của nó chỉ được biết sau thực nghiệm và không phụ thuộc nhà nghiên cứu. Xác suất thực nghiệm có thể được sử dụng cho mọi phép thử và các biến cố sơ cấp có thể không đồng khả năng xảy ra.

Một số nhà nghiên cứu (Konold et al., 2011; Pfannkuch & Ziedins, 2014) đã lưu ý rằng quan niệm xác suất thực nghiệm hội tụ về xác suất lý thuyết là chưa hoàn toàn chính xác. Thay vào đó, cả xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm đều được xem như là những ước lượng của *xác suất thực* (true probability), là giá trị xác suất chính xác của một sự kiện cụ thể. Tuy nhiên, giá trị này không thể biết chắc được trong thực tế, mà chúng ta chỉ có thể ước lượng nó thông qua xác suất thực nghiệm và lý thuyết. Chẳng hạn, xét phép thử là tung một đồng xu hai mặt cân đối. Khi đó, xác suất lý thuyết để đạt được mặt ngửa trong mỗi lần tung sẽ là 0,5 với điều kiện đây là một đồng xu cân bằng, đồng chất hoàn hảo. Tuy nhiên, mỗi đồng xu trong thực tế đều không thể đạt được yêu cầu hoàn hảo như vậy nên xác suất thực để đạt được mặt ngửa không phải là 0,5. Bây giờ, nếu ta tiến hành tung đồng xu này nhiều lần và giả sử mỗi lần tung là độc lập và trong cùng một điều kiện thì xác suất thực nghiệm đạt được mặt ngửa trong mỗi lần tung sẽ hội tụ về giá trị của xác suất thực đó chứ không phải về xác suất lý thuyết.

2.2. Nghiên cứu về kết nối xác suất thực nghiệm và xác suất lý thuyết trong giáo dục toán học

Nghiên cứu thúc đẩy những kết nối giữa xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm trong chương trình và trong thực hành dạy học toán ở phổ thông là một chủ đề quan tâm của nhiều nhà nghiên cứu giáo dục toán học. Chẳng hạn, Ireland và Watson (2009) quan tâm đến những kết nối có thể có của HS lớp 5 và 6 giữa các khía cạnh cổ điển và tần suất trong học tập xác suất. Các tác giả sử dụng phần mềm Tinkerplots để mô phỏng các cỡ mẫu lớn cho một số biến cố ngẫu nhiên. Nghiên cứu sử dụng mô hình đánh giá nhận thức phân bậc SOLO để đánh giá hiểu biết của HS về những kết nối có thể có giữa hai khía cạnh trên. Kết quả nghiên cứu khẳng định rằng việc thiếu hiểu biết về ý nghĩa của các khái niệm lý thuyết, chẳng hạn như tính công bằng là một rào cản trong việc kết nối xác suất lý thuyết với kết quả thực nghiệm trên phần mềm của HS. Nghiên cứu chỉ ra rằng việc sử dụng công cụ mô phỏng xác suất như TinkerPlots có thể cung cấp một liên kết có ý nghĩa đến các thao tác cụ thể như trong thực tế, và có thể giúp tạo ra các mẫu lớn từ đó dễ dàng tiếp cận ý nghĩa của luật số lớn hơn. Kết quả nghiên cứu của Ireland và Watson (2009) cũng khẳng định rằng chưa thể kết luận HS đã hiểu được khái niệm xác suất lý thuyết nếu các em có thể tính toán được giá trị của nó. Thay vào đó, cần phải phát triển hiểu biết và trải nghiệm của HS về các khái niệm cơ bản của xác suất lý thuyết như tính ngẫu nhiên, tính đồng khả năng qua nhiều phép thử. Nghiên cứu đề xuất rằng giáo viên nên đưa ra nhiều tình huống học tập phong phú cho phép HS thực sự trải nghiệm cả hai khía cạnh xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm một cách rõ ràng hơn và thường xuyên

hơn.

Trong một nghiên cứu khác, Prodromou (2012) tập trung xem xét suy luận của giáo viên toán tương lai về xác suất thực nghiệm và xác suất lý thuyết. Tác giả đã tìm hiểu liệu các giáo viên toán tương lai có thể xây dựng được mối liên hệ hai chiều giữa xác suất thực nghiệm và xác suất lý thuyết hay không qua việc liên kết giữa những đồ thị phân bố của tần suất thực nghiệm và tần suất lý thuyết. Kết quả nghiên cứu hỗ trợ giả thuyết của tác giả rằng có thể sử dụng mô hình dự kiến của tác giả về kết nối giữa khía cạnh dữ liệu và khía cạnh mô hình hoá về phân bố tần suất để thúc đẩy kết nối giữa xác suất thực nghiệm và xác suất lý thuyết.

Gần đây, Ishibashi (2022) đã thực hiện một nghiên cứu phân tích sách giáo khoa môn toán ở Nhật Bản về chủ đề xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm. Bằng cách tập trung vào các định nghĩa và giải thích về xác suất thực nghiệm, xác suất lý thuyết và luật số lớn, tác giả đã phát hiện rằng một vài sách giáo khoa môn Toán của Nhật Bản nhấn mạnh sự phân biệt giữa xác suất thực nghiệm và xác suất lý thuyết. Một số sách giáo khoa khác lại hướng HS đến hiểu sự kết nối giữa hai khía cạnh xác suất này. Hơn nữa, khi giải thích về luật số lớn, các sách giáo khoa của Nhật Bản đều trình bày rằng xác suất thực nghiệm dần về xác suất lý thuyết chứ không phải dần về một “xác suất đúng”. Nghiên cứu của Ishibashi (2022) đã giúp chúng ta hiểu thêm về cách mà xác suất thực nghiệm và xác suất lý thuyết được trình bày trong các sách giáo khoa ở Nhật Bản, góp phần làm rõ thêm việc dạy học xác suất trong nhà trường phổ thông trên thế giới.

3. Phương pháp nghiên cứu

Mục tiêu của nghiên cứu này là phân tích các cách tiếp cận khái niệm xác suất trong sách giáo khoa môn toán của Việt Nam theo Chương trình phổ thông môn toán năm 2018. Chúng tôi lựa chọn SGK môn Toán của các khối lớp 6, 7, 8 và 10, 11 để thực hiện phân tích. Để trả lời cho các câu hỏi nghiên cứu trên, chúng tôi chọn phương pháp phân tích SGK của Charalambous và cộng sự (Charalambous et al., 2010). Phương pháp này gồm hai khía cạnh chủ yếu: phân tích theo chiều ngang và phân tích theo chiều dọc.

Phân tích theo chiều ngang cung cấp bức tranh tổng thể và các thông tin nền tảng về chủ đề xác suất trong SGK. Phân tích theo chiều ngang là phân tích hệ thống giáo dục, số lượng bài học trong SGK, cấu trúc bài học và số lượng bài tập. Trong phân tích theo chiều ngang, SGK được xem như là một đối tượng tổng thể trong hệ thống giáo dục. Việc phân tích sẽ tập trung vào các đặc trưng tổng quát của SGK như hình thức vật lý bên ngoài, việc sắp xếp các nội dung trong sách, cấu trúc bài học, số lượng ví dụ và bài tập... Tuy nhiên hạn chế của phân tích SGK theo chiều ngang là cung cấp ít thông tin chi tiết về cách xử lý các nội dung từng chủ đề trong SGK.

Phân tích theo chiều dọc cung cấp những hiểu biết sâu sắc về nội dung bài học, ý tưởng xây dựng bài học, cách xây dựng và phát triển các chủ đề, cách sử dụng các ví dụ trong bài, các mức độ yêu cầu nhận thức của bài tập, kiểu đáp ứng mong đợi từ HS. Phân tích theo chiều dọc xem xét cách SGK xử lý một khái niệm hay chủ đề riêng lẻ và xem SGK như là một môi trường để kiến tạo tri thức. Mặc dù vậy, cách phân tích này có hạn chế là bỏ qua sự kết nối giữa các chủ đề khác nhau được đề cập trong SGK. Do đó, kết hợp phân tích SGK theo hai chiều (ngang và dọc) sẽ mang lại lợi ích từ những điểm mạnh của các phân tích và cũng cơ bản đề cập đến tất cả các khía cạnh khác nhau của SGK.

Khung phân tích SGK đề xuất bởi Charalambous et al. (2010) bao gồm nhiều yếu tố đối với mỗi khía cạnh theo chiều ngang hoặc chiều dọc. Trong nghiên cứu này, do chúng tôi chỉ tập trung vào cách tiếp cận và thể hiện của hai khái niệm xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm nên chúng tôi giới hạn lại phạm vi phân tích SGK của Charalambous et al. (2010) bằng cách chỉ tập trung đến những yếu tố được liệt kê trong bảng sau đây:

Bảng 1: Khung nội dung phân tích SGK trong nghiên cứu này

Phân tích theo chiều ngang	Phân tích theo chiều dọc
- Chương trình giáo dục phổ thông 2018. - Số lượng bài học về chủ đề xác suất trong mỗi SGK. - Số lượng bài tập.	- Cách thể hiện các yếu tố liên quan đến xác suất lý thuyết. - Cách thể hiện các yếu tố liên quan đến xác suất thực nghiệm. - Cách thể hiện mối liên hệ giữa xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm.

4. Kết quả nghiên cứu

4.1 Kết quả phân tích theo chiều ngang

Đối với Chương trình giáo dục phổ thông 2006, SGK môn Toán trình bày mạch kiến thức xác suất ở lớp 11 phổ thông. Chương trình định nghĩa xác suất theo nghĩa cổ điển và nghĩa tần suất. Tuy vậy, thực hành dạy học xác suất hầu như hoàn toàn theo quan niệm cổ điển. Điều này có thể được khẳng định dựa trên hệ thống bài tập xác suất trong SGK lớp 11 và trong các đề thi tốt nghiệp trung học phổ thông quốc gia. Hầu như tất cả các bài tập về xác suất trong SGK đều tập trung vào quan niệm cổ điển về xác suất. Việc chỉ tập trung vào quan niệm cổ điển về xác suất như vậy dẫn đến giới hạn hiểu biết xác suất vào việc đếm các biến cố sơ cấp và sự lạm dụng tính toán tổ hợp.

Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể 2018 được Bộ giáo dục và đào tạo ban hành tại Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018. Một trong những điểm mới của Chương trình

giáo dục phổ thông 2018 là một chương trình nhưng có nhiều bộ SGK. Điểm nổi bật về định hướng giáo dục là dạy học theo định hướng phát triển năng lực và phẩm chất. Về mặt nội dung, chương trình tổng thể nhấn mạnh tính ứng dụng thực tế và tích hợp, sử dụng linh hoạt hình thức và phương pháp dạy học.

Theo chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, thống kê và xác suất là một trong ba mạch kiến thức chính được đưa vào xuyên suốt trong chương trình môn Toán của các cấp lớp. Cụ thể, ở cấp tiểu học, nội dung này chiếm khoảng 3% tổng thời lượng chương trình môn Toán và được nâng dần lên, đến cấp trung học phổ thông chiếm khoảng 14%. Xác suất là một thành phần bắt buộc của giáo dục toán học trong nhà trường và được đưa vào dạy từ lớp 2 đến lớp 12 với chương trình mang tính đồng tâm và nâng cao dần, góp phần tăng cường tính ứng dụng và giá trị thiết thực của giáo dục toán học. Xác suất tạo cho HS khả năng nhận thức và phân tích các thông tin được thể hiện dưới nhiều hình thức khác nhau, hiểu bản chất xác suất của nhiều sự phụ thuộc trong thực tế. Từ đó nâng cao sự hiểu biết và phương pháp nghiên cứu thế giới hiện đại cho HS (Bộ GD&ĐT, 2018).

Mạch kiến thức xác suất được trình bày trong các SGK ở tập 2 (tương ứng với học kì 2) của các khối lớp. Các SGK đều có hình vẽ mô tả, in màu và có sách bài tập kèm theo. Về đặc trưng hình thức của mỗi SGK, chúng tôi tổng hợp trong bảng sau:

Bảng 2: Đặc trưng hình thức liên quan đến mạch kiến thức Xác suất trong các SGK của Việt Nam (Bộ sách *Kết nối tri thức với cuộc sống*)

Đặc trưng hình thức	Toán 6	Toán 7	Toán 8	Toán 10	Toán 11
Số trang cho phần xác suất	10	12	19	13	15
Số chương, bài về xác suất	1 chương, 3 bài	1 chương, 2 bài	1 chương, 3 bài	1 chương, 2 bài	1 chương, 3 bài
Vị trí nội dung xác suất trong SGK	Chương thứ 9	Chương thứ 8	Chương thứ 8	Chương thứ 9	Chương thứ 8
Số lượng bài tập về xác suất	11	15	26	22	25

Bảng 3: Đặc trưng hình thức liên quan đến mạch kiến thức Xác suất trong các SGK của Việt Nam (Bộ sách *Chân trời sáng tạo*)

Đặc trưng hình thức	Toán 6	Toán 7	Toán 8	Toán 10	Toán 11
Số trang cho phần xác suất	9	12	9	11	11
Số chương, bài về xác suất	1 chương, 3 bài	1 chương, 3 bài	1 chương, 2 bài	1 chương, 2 bài	1 chương, 2 bài

Vị trí nội dung xác suất trong SGK	Chương thứ 9	Chương thứ 9	Chương thứ 9	Chương thứ 10	Chương thứ 9
Số lượng bài tập về xác suất	12	13	20	18	23

Bảng 4: Đặc trưng hình thức liên quan đến mạch kiến thức Xác suất trong các SGK của Việt Nam (Bộ sách *Cánh diều*)

Đặc trưng hình thức	Toán 6	Toán 7	Toán 8	Toán 10	Toán 11
Số trang cho phần xác suất	9	9	12	12	11
Số chương, bài về xác suất	1 chương, 2 bài	1 chương, 2 bài	1 chương, 2 bài	1 chương, 2 bài	1 chương, 1 bài
Vị trí nội dung xác suất trong SGK	Chương thứ 4	Chương thứ 5	Chương thứ 6	Chương thứ 6	Chương thứ 5
Số lượng bài tập về xác suất	11	14	9	12	12

Theo Chương trình giáo dục phổ thông 2018, một bài học trong SGK nói chung và phần xác suất nói riêng được chia làm các mục nhỏ ứng với các kiến thức trọng tâm của bài học. Thông thường, mỗi bài học bắt đầu bằng hoạt động mở đầu (hoạt động khởi động). Hoạt động này nhằm gọi động cơ và tạo hứng thú cho HS giúp HS trải nghiệm qua tình huống có vấn đề, trong đó chứa đựng những nội dung kiến thức, những thao tác, kỹ năng để làm nảy sinh kiến thức mới. Phần tiếp theo dành cho hoạt động hình thành kiến thức mới. Đây là kiểu hoạt động cơ bản, trọng tâm nhất trong bài học của SGK. Hoạt động này nhằm dẫn dắt HS khám phá và đi đến kiến thức mới của bài học. Những ví dụ minh họa hoặc ứng dụng trực tiếp kiến thức mới được xếp ngay sau phần trình bày nội dung kiến thức mới với lời giải cụ thể. Sau mỗi ví dụ là hoạt động luyện tập. Hoạt động này thường yêu cầu HS phải vận dụng trực tiếp những kiến thức đã học vào giải bài tập hoặc giải quyết vấn đề. Đây là hoạt động rất quan trọng vì nó giúp HS kết hợp giữa lý thuyết với thực hành, qua đó HS thực hiện được bài tập ngay sau khi học được kiến thức mới đồng thời giúp giáo viên kiểm tra kết quả HS đã lĩnh hội. Cuối cùng là hoạt động vận dụng. Hoạt động này hướng tới thúc đẩy khả năng áp dụng kiến thức, kỹ năng của HS vào việc giải quyết các vấn đề có tính ứng dụng.

Qua những phân tích trên, chúng tôi nhận thấy rằng nội dung xác suất được trình bày trong một chương của mỗi SGK với số lượng từ một đến ba bài học. Quy trình bài học của SGK Việt Nam chủ yếu tuân theo mô hình “Mở đầu – Kiến thức mới – Luyện tập – Vận dụng”. Phần bài tập về xác suất trong SGK được trình bày ở cuối mỗi bài học với nội dung và kỹ năng sát với các kiến thức đã được trình bày trong bài. Ngoài ra SGK còn có phần bài tập cuối chương, bao gồm bài tập trắc nghiệm và tự luận về các kiến thức trong chương đó. Nội dung phần bài tập này thường dùng cho việc rà soát lại các kiến thức cơ bản trong chương và phục vụ cho bài

kiểm tra kết thúc chương trên lớp hoặc để ôn tập cho các kì thi cuối học kỳ. Chúng tôi nhận thấy việc trình bày như trên thỏa mãn nhu cầu logic về kiến thức, dễ dàng thể hiện nội dung kiến thức cần dạy học.

4.2. Kết quả phân tích theo chiều dọc

Chúng tôi lựa chọn SGK môn Toán của các khối lớp 6, 7, 8 và 10, 11 thuộc bộ sách *Kết nối tri thức với cuộc sống* (Hà Huy Khoái, 2021, 2022a, 2022b, 2023a, 2023b) để thực hiện phân tích. Theo chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, ở cấp tiểu học, HS đã bước đầu được tiếp cận với xác suất thông qua việc mô tả những hiện tượng trong cuộc sống với các thuật ngữ đặc thù như “có thể”, “chắc chắn”, “không thể”, “có khả năng”. HS được mong đợi nhận biết và mô tả được khả năng xảy ra (có tính ngẫu nhiên) của một sự kiện và kiểm đếm số lần xảy ra của một sự kiện. HS cũng được mong đợi có thể sử dụng được tỉ số để mô tả số lần lặp lại của một khả năng xảy ra (nhiều lần) của một sự kiện trong một thí nghiệm so với tổng số lần thực hiện thí nghiệm đó ở những trường hợp đơn giản. Kiến thức xác suất được đưa vào cấp tiểu học tương đối đơn giản, nhằm bước đầu hình thành cho các em có những nhận định, tư duy xác suất với những sự vật, hiện tượng trong cuộc sống hàng ngày, tạo nền tảng để các em tiếp cận và nắm bắt phần kiến thức phức tạp hơn ở bậc trung học cơ sở và trung học phổ thông.

4.2.1 Xác suất lý thuyết trong các sách giáo khoa

Trong SGK Toán 6, HS bước đầu được làm quen với các thuật ngữ như “kết quả có thể”, “sự kiện”, qua đó nhận biết được tính không đoán trước được về kết quả của một số trò chơi hay thí nghiệm. HS nhận biết một sự kiện trong trò chơi hay thí nghiệm có xảy ra hay không và liệt kê các kết quả có thể xảy ra trong các trò chơi hoặc thí nghiệm đơn giản như “giao xúc xúc”, “chơi oẳn tù tì”, “lấy một quả bóng từ túi”.

Các khái niệm “biến cố”, “biến cố ngẫu nhiên”, “biến cố chắc chắn” và “biến cố không thể” được đề cập tường minh trong SGK Toán 7.

“Các hiện tượng, sự kiện trong tự nhiên, cuộc sống được gọi chung là biến cố. Biến cố chắc chắn là biến cố biết trước được luôn xảy ra. Biến cố không thể là biến cố biết trước được không bao giờ xảy ra. Biến cố ngẫu nhiên là biến cố không thể biết trước được có xảy ra hay không”.

Sau đó, để giúp HS làm quen với xác suất của biến cố, SGK Toán 7 đặt ra câu hỏi “Xác suất là gì?” và dẫn dắt HS vào tình huống học tập như sau:

“Một hộp đựng 20 viên bi, trong đó có 13 viên bi màu đỏ và 7 viên bi màu đen có cùng kích thước. Bạn Nam lấy ngẫu nhiên một viên bi từ trong hộp. Hỏi khả năng Nam lấy được viên bi màu nào lớn hơn?”.

Hoạt động này sẽ hướng HS đến một nhận xét rằng “do số bi đỏ nhiều hơn số bi đen nên khả năng Nam lấy được viên bi màu đỏ lớn hơn”. Từ đó SGK đặt ra vấn đề: Nếu có thể đo lường được khả năng xảy ra của biến cố “Lấy được viên bi đỏ” và biến cố “Lấy được viên bi

đen” bằng một con số rồi so sánh hai số đó với nhau thì ta sẽ có câu trả lời rõ ràng cho hoạt động trên. Từ đó, SGK đưa ra khái niệm ban đầu về xác suất:

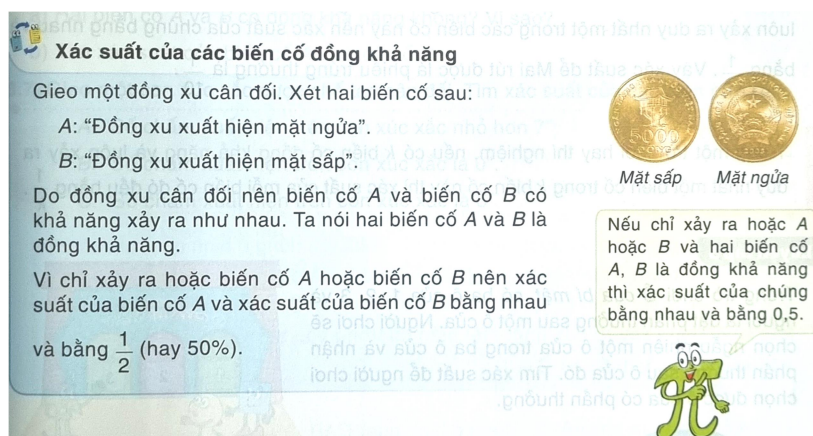
“Khả năng xảy ra của một biến cố được đo lường bởi một số nhận giá trị từ 0 đến 1, gọi là xác suất của biến cố đó”.

Như vậy xác suất trong SGK Toán 7 được hiểu là một con số, có giá trị từ 0 đến 1, được dùng để định lượng khả năng xảy ra của một biến cố. Với định nghĩa như trên, SGK chỉ yêu cầu HS hiểu được xác suất của một số biến cố đơn giản như xác suất của biến cố chắc chắn, xác suất của biến cố không thể và xác suất của các biến cố đồng khả năng.

“Khả năng xảy ra của biến cố chắc chắn là 100% nên biến cố chắc chắn có xác suất bằng 1. Khả năng xảy ra của biến cố không thể là 0% nên biến cố không thể có xác suất bằng 0”.

Sau đó, khái niệm “Biến cố đồng khả năng” mới được SGK trình bày thông qua ví dụ về gieo một đồng xu cân đối và xác suất của các biến cố đồng khả năng thì chỉ đề cập đến một trường hợp sau:

“Trong một trò chơi hay thí nghiệm, nếu có k biến cố đồng khả năng và luôn xảy ra duy nhất một biến cố trong k biến cố này thì xác suất của mỗi biến cố đó đều bằng $\frac{1}{k}$ ”.



Hình 1: Khái niệm “biến cố đồng khả năng” trong SGK Toán 7

Sau khi học sinh đã được giới thiệu các khái niệm “đồng khả năng” và “kết quả thuận lợi cho một biến cố”, SGK Toán 8 đưa ra tình huống học tập sau đây:

“Một túi đựng 20 viên kẹo giống hệt nhau nhưng khác loại, trong đó có 7 viên kẹo sữa, 4 viên kẹo chanh, 6 viên kẹo dừa và 3 viên kẹo bạc hà. Bạn Lan lấy ngẫu nhiên một viên kẹo từ túi. Tính xác suất để Lan lấy được một viên kẹo sữa”.

Bạn Vương cho rằng: Các viên kẹo giống hệt nhau, chỉ khác loại nên có 4 kết quả có thể có là lấy được viên kẹo sữa, viên kẹo chanh, viên kẹo dừa và viên kẹo bạc hà. Do đó, xác suất để Lan lấy được viên

kẹo sữa là $\frac{1}{4}$. Trong khi đó, bạn Tròn phản biện lại: Không đúng, xác suất để Lan lấy được viên kẹo sữa là cao nhất vì trong túi có nhiều kẹo sữa nhất. Vậy theo các em câu trả lời của bạn nào là chính xác?"

Đây là một tình huống học tập thú vị. Câu trả lời của bạn Tròn là câu trả lời đúng. Khi lấy ngẫu nhiên một viên kẹo trong túi này, không gian mẫu của phép thử có tất cả 20 kết quả có thể có (biến cố sơ cấp), và khả năng xảy ra của mỗi kết quả có thể có là như nhau. Vì vậy, theo quan niệm cổ điển, xác suất mà bạn Lan lấy được một viên kẹo sữa là $\frac{7}{20}$. Câu trả lời của bạn Vuông không đúng, vì không gian mẫu của phép thử đó không phải chỉ có 4 kết quả có thể có và khả năng xảy ra của mỗi kết quả là không bằng nhau. Từ tình huống này, SGK Toán 8 đưa ra định nghĩa xác suất theo quan điểm cổ điển và nhấn mạnh tính đồng khả năng trên không gian mẫu đối với định nghĩa này.

"Giả thiết rằng các kết quả có thể có của một hành động hay thực nghiệm là đồng khả năng. Khi đó, xác suất của biến cố E, kí hiệu là $P(E)$ bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố E và tổng số kết quả có thể:

$$P(E) = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi cho E}}{\text{Tổng số kết quả có thể}}$$

Đây chính là khái niệm xác suất lý thuyết trong đó yếu tố đồng khả năng được nhấn mạnh và công thức này được dùng để tính xác suất cho mọi biến cố E chứ không chỉ dừng lại ở một trường hợp như SGK Toán 7. Qua phân tích SGK Toán 7 và 8, chúng tôi thấy rằng SGK sử dụng các thuật ngữ thông thường và dễ hiểu để mô tả về khái niệm biến cố và xác suất (lý thuyết) của một biến cố. Điều này giúp HS dễ tiếp cận và hiểu các khái niệm này hơn.

Đối với lớp 10, trước khi học chương IX về "Tính xác suất theo định nghĩa cổ điển", HS đã được học chương VIII về "Đại số tổ hợp". Vì vậy, sau khi nhắc lại một số khái niệm quan trọng đã biết ở lớp 9 như phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu, kết quả thuận lợi SGK Toán 10 định nghĩa khái niệm xác suất như sau:

"Cho phép thử T có không gian mẫu là Ω . Giả thiết rằng các kết quả của T là đồng khả năng. Khi đó nếu E là một biến cố liên quan đến phép thử T thì xác suất của E được cho bởi công thức:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$$

Nhìn chung, ngữ cảnh và cách tiếp cận khái niệm xác suất ở SGK Toán 10 là tương tự với SGK Toán 7 và 8. Tuy nhiên, trước khi học phần xác suất, HS lớp 10 đã được học về đại số tổ hợp, nên các khái niệm biến cố được mô tả ở mức độ cao hơn, bằng cách sử dụng tường minh ngôn ngữ tập hợp.

"Với mỗi biến cố E, ta có $0 \leq P(E) \leq 1$. Với biến cố chắc chắn (là tập Ω), ta có $P(\Omega) = 1$. Với biến cố không thể (là tập $\emptyset$), ta có $P(\emptyset) = 0$ ".

Việc trình bày này tuân thủ theo trình tự như sau: các phép đếm cơ bản, đại số tổ hợp xuất hiện trước và có vai trò làm công cụ cho việc tính xác suất theo định nghĩa cổ điển, với giả thiết về sự đồng khả năng xuất hiện của các kết quả. Một điều cần lưu ý là SGK Toán 10 nhấn mạnh *chỉ xét các phép thử mà không gian mẫu gồm hữu hạn kết quả* và giả thiết các kết quả là đồng khả năng. Điều này dẫn đến việc trong thực hành tính xác suất, HS ngẫm hiểu về tính hữu hạn và tính đồng khả năng mà không có trách nhiệm phải kiểm tra hai điều này.

SGK Toán 11 không nhắc lại định nghĩa xác suất mà chỉ đề cập đến các quy tắc tính xác suất, trong đó yêu cầu HS nhận biết được một số khái niệm biến cố hợp, biến cố giao, biến cố độc lập; tính được xác suất của biến cố hợp bằng cách sử dụng công thức cộng, công thức nhân (cho trường hợp biến cố độc lập); tính được xác suất của biến cố trong một số bài toán đơn giản bằng phương pháp tổ hợp và sử dụng sơ đồ hình cây.

Nhìn chung, định nghĩa khái niệm xác suất (lý thuyết) được giới thiệu từ lớp 7 dưới dạng chưa hoàn chỉnh. Đến lớp 8, SGK mới đưa ra khái niệm xác suất một cách đầy đủ. Ở lớp 10, SGK nhắc lại định nghĩa xác suất và các khái niệm liên quan ở mức độ cao hơn bằng cách sử dụng nhiều hơn ngôn ngữ tập hợp.

4.2.2 Xác suất thực nghiệm trong các sách giáo khoa

Một điểm mới đáng lưu ý của chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 là khái niệm xác suất thực nghiệm được đề cập trước xác suất lý thuyết. Thật vậy, khái niệm xác suất thực nghiệm được định nghĩa một cách tường minh trong SGK Toán 6 thông qua trò chơi “Vòng quay may mắn” như hình sau đây:

Vòng quay may mắn

Chuẩn bị: Một miếng bìa cứng hình tròn được chia thành ba phần và tô màu xanh, đỏ, vàng như Hình 9.29 được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm.

Thực hiện: Quay miếng bìa và quan sát xem mũi tên chỉ vào ô màu nào khi miếng bìa dừng lại.

HD1: Em hãy đoán xem mũi tên sẽ chỉ vào ô màu nào khi quay miếng bìa.

HD2: Quay miếng bìa 20 lần và thống kê kết quả theo mẫu bên.

Hình 9.29

	Đỏ	Xanh	Vàng
Số lần (k)			
Tỉ số $\left(\frac{k}{20}\right)$			

Tỉ số $\frac{\text{Số lần mũi tên chỉ vào ô màu vàng}}{\text{Số lần quay}}$ được gọi là **xác suất thực nghiệm** của sự kiện Mũi tên chỉ vào ô màu vàng.

Hình 2: Trò chơi “Vòng quay may mắn” của SGK Toán 6

Sau tình huống về trò chơi này, SGK đưa ra định nghĩa khái niệm xác suất thực nghiệm gắn với sự kiện “Mũi tên chỉ vào ô màu vàng” như sau:

“Tỉ số $\frac{\text{Số lần mũi tên chỉ vào ô màu vàng}}{\text{Số lần quay}}$ được gọi là xác suất thực nghiệm của sự kiện Mũi tên chỉ vào ô màu vàng”.

Với định nghĩa trên, SGK Toán 6 muốn lưu ý rằng xác suất thực nghiệm phụ thuộc vào người thực hiện phép thử và số lần thực hiện phép thử. Để nhấn mạnh khía cạnh này, SGK đưa ra bài tập sau để HS tranh luận.



Tranh luận

Vuông gieo một đồng xu 50 lần và thấy có 30 lần xuất hiện mặt sấp. Tròn lấy đồng xu đó gieo 100 lần và thấy có 55 lần xuất hiện mặt sấp.

Xác suất thực nghiệm của sự kiện Đồng xu xuất hiện mặt sấp là $\frac{30}{50}$.



Xác suất thực nghiệm của sự kiện Đồng xu xuất hiện mặt sấp là $\frac{55}{100}$.



Bạn nào nói đúng nhỉ?

Hình 3: Bài tập tranh luận về khái niệm xác suất thực nghiệm của SGK Toán 6

Đến lớp 8, SGK trở lại khái niệm xác suất thực nghiệm thông qua tình huống sau đây.

“Ông An theo dõi và thống kê số cuộc điện thoại đến cho ông trong một ngày. Sau 59 ngày theo dõi, kết quả thu được như sau:

Số cuộc điện thoại gọi đến trong một ngày	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Số ngày	5	9	15	10	5	6	4	2	3

Gọi A là biến cố “Trong một ngày ông An nhận được nhiều hơn 6 cuộc gọi”. Hỏi trong 59 ngày, có bao nhiêu ngày biến cố A xuất hiện?”

Sau đó, SGK Toán 8 khái quát hoá thành định nghĩa xác suất thực nghiệm như sau:

“Giả sử trong n lần thực nghiệm hoặc n lần theo dõi (quan sát) một hiện tượng ta thấy biến cố E xảy ra k lần. Khi đó xác suất thực nghiệm của biến cố E bằng $\frac{k}{n}$, tức là bằng tỉ số giữa số lần xuất hiện biến cố E và số lần thực nghiệm hoặc theo dõi hiện tượng đó”.

Định nghĩa xác suất thực nghiệm mà SGK Toán 8 đưa ra ở trên có thể xem như là sự tổng quát hóa định nghĩa xác suất thực nghiệm trong SGK Toán 6 (ở đó khái niệm xác suất thực

nghiệm được gắn với trong một sự kiện cụ thể). Đến lớp 8, sau khi đã được tiếp cận với khái niệm biến cố, HS sẽ hiểu rõ hơn xác suất thực nghiệm sẽ được tính như thế nào thông qua định nghĩa trên và HS có thể hình dung được những ứng dụng của xác suất trong các bài toán thực tế.

4.2.3 Kết nối giữa xác suất thực nghiệm và xác suất lý thuyết trong các SGK

Với các phân tích ở trên, chúng tôi nhận thấy chỉ đến lớp 8, SGK mới trình bày đồng thời cả xác suất thực nghiệm và xác suất lý thuyết một cách tường minh. Ngoài ra, SGK Toán 8 có đề cập đến mối liên hệ giữa hai khái niệm này qua đoạn trích sau:

“Xác suất của biến cố E được ước lượng bằng xác suất thực nghiệm của E, $p(E) \approx \frac{k}{n}$, trong đó n là số lần thực nghiệm hay theo dõi một hiện tượng, k là số lần biến cố E xảy ra.”

Ở đây, SGK chỉ khẳng định rằng có thể ước lượng xác suất lý thuyết của một biến cố bởi xác suất thực nghiệm (tức là tần suất) của biến cố đó. SGK chưa đề cập đến khía cạnh của luật số lớn, tức là khi số lần thực hiện phép thử càng lớn, thì các giá trị của xác suất thực nghiệm càng có xu hướng ổn định quanh một giá trị. Chúng tôi cho rằng, khía cạnh của luật số lớn là rất quan trọng và có tính cốt yếu để HS có thể hiểu được ý nghĩa về mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất lý thuyết. Những bài tập hay tình huống học tập có sử dụng công cụ mô phỏng phép thử ngẫu nhiên (chẳng hạn như bảng tính Excel) là rất cần thiết để hỗ trợ học sinh hiểu được ý nghĩa của mối liên hệ này.

Sau phần nhận xét trên, SGK Toán 8 đưa ra ví dụ:

“Thông kê tới ngày 26-12-2021, toàn thế giới có 279 830 788 người nhiễm Covid-19, trong đó có 5 213 126 người tử vong. (Theo www.worldometers.info). Hãy ước lượng xác suất người nhiễm Covid-19 bị tử vong”.

SGK đưa ra lời giải của ví dụ trên như sau:

“Xác suất thực nghiệm của biến cố “Người nhiễm Covid-19 bị tử vong” là:

$$\frac{5\,213\,126}{279\,830\,788} \approx 0,0193 = 1,93\%$$

Vậy xác suất người nhiễm Covid-19 bị tử vong được ước lượng là 1,93%”.

Ý định của SGK là đưa ra một ví dụ trong đó tổng số trường hợp quan sát là lớn. Tuy nhiên, SGK vẫn chỉ dừng lại ở mức khẳng định rằng ta có thể lấy giá trị của xác suất thực nghiệm này làm giá trị (gần đúng) của xác suất lý thuyết. HS chưa có cơ hội trải nghiệm với việc thực hiện (mô phỏng) số lần thực hiện phép thử và quan sát xu hướng ổn định của các giá trị của xác suất thực nghiệm khi cỡ mẫu lớn dần.

5. Bàn luận và kết luận

Trong nghiên cứu này, chúng tôi hướng đến xem xét nội dung và cách thức mà SGK môn Toán các lớp 6, 7, 8, 10, 11 (Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, bộ sách *Kết nối tri thức với cuộc sống*) đề cập đến khái niệm xác suất lý thuyết, xác suất thực nghiệm và mối liên hệ giữa hai khái niệm này. Vận dụng phương pháp phân tích SGK theo chiều ngang và chiều dọc của Charalambous et al. (2010), chúng tôi đã phân tích được đồng thời hai khía cạnh cấu trúc hình thức và bản chất nội dung của vấn đề nghiên cứu đặt ra.

Kết quả nghiên cứu cho thấy hai khía cạnh xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm được trình bày trong SGK môn Toán hiện hành theo cách tiếp cận trực quan, dễ hiểu, phù hợp với trình độ của HS của từng khối lớp. Xác suất lý thuyết được trình bày trong SGK các lớp 7, 8, 10 và 11, trong khi đó xác suất thực nghiệm được trình bày rõ trong các SGK lớp 6 và 8. Xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm được trình bày một cách tường minh và đồng thời trong SGK Toán 8. Qua phân tích các SGK này, chúng tôi nhận thấy xác suất thực nghiệm hay tiếp cận tần suất đã được chú ý nhiều hơn so với các SGK Toán theo Chương trình trước 2018. Điều này sẽ giúp học sinh có cơ hội hiểu tốt hơn và phong phú hơn khái niệm xác suất. Tuy nhiên, mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất lý thuyết chưa được các SGK đề cập nhấn mạnh. Cụ thể hơn, các SGK chưa có kiểu nhiệm vụ toán phù hợp để giúp HS có cơ hội trải nghiệm với việc thực hiện (mô phỏng) phép thử ngẫu nhiên với cỡ mẫu lớn dần và quan sát tính ổn định của xác suất thực nghiệm khi số lượng phép thử càng lớn.

Trong bối cảnh giáo dục hiện đại, việc tích hợp các nhiệm vụ toán mô phỏng các phép thử ngẫu nhiên bằng cách sử dụng phần mềm hỗ trợ trong dạy học xác suất đã chứng tỏ hiệu quả cao trong việc giúp HS hiểu rõ hơn về mối liên hệ giữa xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm (Kazak & Pratt, 2021). Thông qua các mô phỏng như tung đồng xu, xúc xắc, hay các trò chơi xác suất, HS có thể trực quan hóa và so sánh xác suất thực nghiệm với xác suất lý thuyết một cách sinh động. Các phần mềm như Excel, GeoGebra, Python, TinkerPlots... cung cấp các công cụ mạnh mẽ để tạo ra các mô phỏng phức tạp và phân tích dữ liệu một cách hiệu quả. Đây là bước tiến quan trọng trong việc hiện đại hóa cách dạy và học xác suất, hướng đến chuẩn bị cho HS những kỹ năng cần thiết trong thời đại công nghệ số.

Nghiên cứu của chúng tôi đã làm rõ nội dung chương trình và SGK Toán của Việt Nam hiện hành liên quan đến các khía cạnh xác suất lý thuyết, xác suất thực nghiệm và mối liên hệ giữa chúng. Kết quả nghiên cứu này bổ sung thêm vào hiểu biết của các nhà nghiên cứu giáo dục toán học về vấn đề này qua các ngữ cảnh khác nhau. Chẳng hạn, nghiên cứu của Ishibashi (2022) cho thấy các SGK môn Toán ở Nhật trình bày xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm như hai khái niệm khác nhau, và SGK Toán ở Nhật có trình bày về mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất lý thuyết, nhưng theo hướng là xác suất thực nghiệm hội tụ về xác suất lý thuyết (trong mô hình) chứ không phải hội tụ về xác suất thực như quan niệm của Konold et

al. (2011). Kết quả nghiên cứu của chúng tôi có thể đóng góp vào việc làm phong phú thêm nội dung đào tạo nghiệp vụ dạy học xác suất cho các giáo viên toán phổ thông hiện tại cũng như các sinh viên sư phạm toán.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018). Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán, Nhà xuất bản giáo dục. *Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT 32/2018/TT-BGDĐT*.
2. Hà Huy Khoái (2021). *Toán 6 (Kết nối tri thức với cuộc sống)*. Nhà xuất bản Giáo dục.
3. Hà Huy Khoái (2022a). *Toán 7 (Kết nối tri thức với cuộc sống)*. Nhà xuất bản Giáo dục.
4. Hà Huy Khoái (2022b). *Toán 10 (Kết nối tri thức với cuộc sống)*. Nhà xuất bản Giáo dục.
5. Hà Huy Khoái (2023a). *Toán 8 (Kết nối tri thức với cuộc sống)*. Nhà xuất bản Giáo dục.
6. Hà Huy Khoái (2023b). *Toán 11 (Kết nối tri thức với cuộc sống)*. Nhà xuất bản Giáo dục.
7. Borovcnik, M., Bentz, J., & Kapadia, R. (1991). A probability perspective. In R. Kapadia & M. Borovcnik. (Eds.). *Chance encounters: Probability in education* (pp. 27–71). Dordrecht, Holland: Kluwer.
8. Charalambous, C., Delaney, S., Hui-Yu, H., & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12, 117–151.
9. De Finetti, B. (1974). *Theory of probability*. New York: Wiley.
10. Girard, J-C. (2004). La liaison statistiques-probabilités dans l'enseignement. *REPÈRES-IREM*, 57, 83-91.
11. Hawkins, A., & Kapadia, R. (1984). Children's conceptions of probability: A psychological and pedagogical review. *Educational Studies in Mathematics*, 15(4), 349–377.
12. Henry, M. (2009). "Emergence de la probabilité et enseignement : définition classique, approche fréquentiste et modélisation", *Repères IREM*, 74, 67–89.
13. Ireland, S., & Watson, J. (2009). Building a connection between experimental and theoretical aspects of probability. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 4(30), 339–370.

14. Ishibashi, I. (2022). Analyzing experimental and theoretical probabilities in Japanese 7th and 8th grade textbooks. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(3), em0690. <https://doi.org/10.29333/iejme/12061>.
15. Kazak, S., & Pratt, D. (2021). Developing the role of modelling in the teaching and learning of probability. *Research in Mathematics Education*, 23(2), 113–133. <https://doi.org/10.1080/14794802.2020.1802328>.
16. Konold, C., Madden, S., Pollatsek, A., Pfannkuch, M., Wild, C., Ziedins, I., Finzer, K., Horton, N. J., & Kazak, S. (2011). Conceptual challenges in coordinating theoretical and data-centered estimates of probability. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1–2), 68–86. <https://doi.org/10.1080/10986065.2011.538299>.
17. Pfannkuch, M., & Ziedins, I. (2014). A modelling perspective on probability. In E. J. Chernoff, & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking: Advances in mathematics education* (101–116). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_5.
18. Prodromou, T. (2012). Connecting experimental probability and theoretical probability. *ZDM Mathematics Education*, 44, 855–868. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0469-z>.